UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE/SEDIS

Coordenação do Curso de Especialização em

Ensino da Matemática para o Ensino Médio

Gabriela Ferreira da Silva

Algoritmo da raiz quadrada: uma contribuição a somar ao seu aprendizado

Orientador: Prof. Benedito Tadeu Vasconcelos Freire

Caicó-RN

2016

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / SISBI / Biblioteca Setorial
Centro de Ciências Exatas e da Terra – CCET.

Silva, Gabriela Ferreira da.

Algoritmo da raiz quadrada: uma contribuição a somar ao seu aprendizado / Gabriela Ferreira da Silva. - Caicó, RN, 2016.

41 f.: il.

Orientador: Prof. Me. Benedito Tadeu Vasconcelos Freire.

Monografia (Especialização) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Secretaria de Educação à Distância. Coordenação do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

1. Algoritmo - Monografia. 2. Raiz quadrada - Monografia. 3. Método - Monografia. I. Freire, Benedito Tadeu Vasconcelos. II. Título.

RN/UF/BSE-CCET CDU: 510.5

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE/SEDIS

Coordenação do Curso de Especialização em

Ensino da Matemática para o Ensino Médio

Gabriela Ferreira da Silva

Algoritmo da raiz quadrada: uma contribuição a somar ao seu aprendizado

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao corpo Docente do Curso de Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio-UFRN-Campus Caicó para a obtenção do título de Especialista em Ensino da Matemática para o Ensino Médio.

Caicó-RN

2016

Gabriela Ferreira da Silva

Algoritmo da raiz quadrada: uma contribuição a somar no seu aprendizado

Universidade Federal Do Rio Grande Do Norte

Centro de ciências Exatas e da terra

Secretaria de Educação a distância

Coordenação do Curso de Especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio

Aprovado por:

____

Presidente: Benedito Tadeu V. Freire

____

2º Membro: Daniel Ecco

____

3º Membro: Odilon Júlio dos Santos

Dedicatória

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus que sempre me dá forças para ir atrás dos meus sonhos, e também a minha mãe, pois ela é meu alicerce, minha vida, meu tudo.

Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, ele está acima de tudo, Mesmos quando estou sem fé, sei que ele está comigo

Agradeço, imensamente, à minha família, principalmente a minha mãe, pois ela nunca desistiu de mim, e sempre colocou fé nos meus estudos.

Agradeço, aos meus professores do curso de Matemática-licenciatura plena da UFRN-Campus Caicó, nunca disse o quanto os admirava, mas sou imensamente grata pelos professores Adriano Thiago, Flávio, Luiz Gonzaga, Bandeira, Adinar, e Tota, pois foram nesses 4 anos de estudo que pude descobrir a minha caminhada.

Agradeço aos professor da especialização em Ensino da Matemática para o Ensino Médio, pelo o aprendizado, principalmente, ao professor Benedito, pela santa e incrível paciência e orientações que foram fundamentais e necessárias para poder finalizar este curso.

Epígrafe

Ó Maria, concebida sem pecado, rogai por nós que recorremos a vós.

Amém

Resumo

O presente trabalho de conclusão do curso de Especialização em Matemática para o Ensino Médio visa a tratar um método de ensino para a resolução da raiz quadrada, *O algoritmo da raiz quadrada*, além de abordar os ensinamentos já utilizados em sala de aula e outros métodos bem curiosos. Neste momento o trabalho trata-se de métodos já tradicionais, abordados com bastante frequência já pelos os professores até métodos desconhecidos por muitos educadores, mas são inovadores no ensino, um novo método de se trabalhar e ativar a curiosidade do aluno.

Abstract

This working conclusion of the Specialization Course in Mathematics for Secondary Education aims to treat a teaching method for the resolution of the square root, the algorithm of the square root, in addition to addressing the lessons already used in the classroom and other methods well curious. At this point the work it is already traditional methods, addressed often enough already by teachers to unknown methods by many educators, but are innovative in teaching, a new method of working and activate the curiosity of the student.

Sumário

1 Introdução

Quando se pergunta como é ensino da matemática a um professor, pode notar que se torna oscilante as respostas dadas, varia de professor para professor. Tem uns que conseguem manobrar o aluno de modo que possam se motivar ao aprendizado, já outros tem uma certa dificuldade, ambos professores, tem que inovar seu ensino, não se pode morrer na praia, ou ir empurrando com a barriga. Inovar é preciso, é preciso ir além do que o livro didático expõe, é preciso conciliar o conhecimento do material didático com a inovação do aprendizado.

Dante(2008, p.5),no manual do professor, escreve:

> Como qualquer outro material didático, o livro deve ser visto como mais um (e não o único) importante auxiliar do professor que busca ensinar Matemática de forma mais significativa para o aluno, como assuntos da vivência dele, desenvolvendo conceitos com compreensão e situações-problemas interessantes, contextualizadas ou interdisciplinares.

A aprendizagem é uma junção, do saber e da prática, do olhar e da crítica, do aluno e do professor. Utilizando meios e maneiras distintas no aprendizado, forma-se um novo ser humano, com um faro mais apurado.

Este trabalho visa mostrar "*O algoritmo da raiz quadrada*" e o fazemos como uma sugestão de ensino na raiz quadrada. Normalmente, o ensino da raiz quadrada começa no 6º ano do Ensino Fundamental, com números simples, de modo que o aluno possa entender, mas com o passar do tempo se depara com números maiores e com dificuldade no cálculo de sua raiz quadrada.

Assim, entendemos que o ensino na matemática precisa se adaptar aos novos tempos onde a tecnologia está cada vez mais presente. Um simples apertar de um botão permite ao aluno saber o valor da raiz quadrada de um número. Mas, geralmente ele não entende como foi possível obter a resposta dada pelo computadores, tabletes ou celulares. Deste modo, pretendemos que este trabalho possa dar uma luz à questão.

2 Algoritmos tradicionais

2.1. Introdução

O cálculo da raiz quadrada por "chutômetro" está cada vez mais presente na sala de aula, por parte dos alunos. Qual professor nunca presenciou este diálogo (ou algo parecido):

-(*Professor) Qual é a raiz quadrada de 9?*

-(Aluno 1) 4?

-(Aluno 2) 7?

-(Aluno 3) 5?

-(Aluno 4) 3?

E assim por diante, os alunos acaba chutando sem saber qual é a resposta.

Neste tópico *Algoritmos tradicionais* irei relatar o ensino da raiz quadrada que se vê na sala de aula, como se pode notar relatei somente "raiz quadrada" pois normalmente no ensino fundamental o professor ensina somente isso, e um pouco sobre raiz cúbica, e como o passar do tempo- no ensino médio- é que se vê a necessidade de aprofundar mais sobre este conteúdo tão simples, comparado a outros que virão na frente.

2.2 Método da fatoração

Este método é um dos preferidos do livro didático do professor e do próprio docente. Ele é simples, prático e divertido, pois envolve fatoração, radiciação, divisão e multiplicação. Este método se baseia no Teorema Fundamental da Aritmética

"(Teorema Fundamental da Aritmética) Todo número natural maior do que 1 ou é primo ou se escreve do modo único (exceto pela ordem dos fatores) como um produto de números primos."

Como este trabalhado é voltado para a importância de outros métodos para encontrar a raiz, então não faremos a demonstração deste teorema. A sua demonstração pode ser encontrada no livro *Análise Real*, de Élon Lages Lima, ou em qualquer livro básico de Teoria dos Números.

Mas para um curto esclarecimentos tomemos como exemplo o número 154, como ele não é um número primo, pois é par e diferente de 2, temos

$$154 = 2 \times 77 = 2 \times 7 \times 11$$

Logo, vemos que 154 é um produto de números primos, e isto serve como exemplo para o teorema escrito acima.

No livro "Matemática: ideias e desafios". 7° ano, de Mori e Onaga, lançado em 2012, na sua Unidade 2, capítulo 5, pág. 66, diz: "*Quando um número inteiro positivo tem* *raiz quadrada exata, os expoentes dos fatores que aparecem na forma fatorada são todos números pares*." Tomando como exemplo deste mesmo livro, temos:

$$\sqrt[2]{100} = +\,10 \text{ ou } \sqrt{100} = 10$$

Índice

Em: $\sqrt[2]{100} = 10$ <- Raiz

Radicando

E também no livro "Matemática: ideias e desafios". 8° ano, de Mori e Onaga, lançado em 2012, na sua Unidade 2, capítulo 2, pág. 46, diz: " *Um número é* ***quadrado perfeito*** *quando em sua fatoração completa os expoentes de todos os fatores são números pares.* " E ainda faz uma ressalva *"só podemos calcular raízes com índice par de um número positivo ou do zero, porque todo número negativo elevado a um expoente par resulta em um número positivo.* " Nota-se que que coloca também exemplos com índices pares e índices ímpares, e só conseguimos calcular raiz com índice par se o número for positivo ou zero, caso contrário, não terá nenhum valor.

No cálculo da raiz quadrada, o mais utilizado, consideremos *a* um número inteiro positivo. Inicialmente, decompomos *a* em produto de potências de fatores primo. Se o número a é quadrado perfeito então os expoentes de seus números primos serão pares. Veja :

$$a = (b_1)^c . (b_2)^d . (b_3)^e \dots (b_k)^z$$

com b_i sendo primo, i= 1, 2, ... , k e também sendo *c, d, e,...z* números pares. Extraindo a raiz quadrada de *a* temos,

$$\sqrt{a} = (b_1)^{c/2} . (b_2)^{d/2} . (b_3)^{e/2} ... (b_k)^{z/2}$$

Veja alguns exemplos abaixo:

Exemplo 1: Encontre $\sqrt{144}$ usando a decomposição de 144 em fatores primos.

Solução:

Devemos dividir o número 144 pelo menor número primo que será o número 2, pois 144 = 2 × 72, resultado o número 72, agora dividimos o 72 pelo menor número primo divisível, que será o número 2 também, pois 72 = 2 × 36. Agora devemos dividir o 36 pelo menor número primo, que será o número 2, pois 36 = 2 × 18. Logo temos que 18 é divisível por 2 também (menor número primo), pois 18 = 2 × 9, assim continuando temos que 9 não é divisível por 2, mas é divisível pelo próximo número primo, o número 3, pois 9 = 3 × 3, e finalizando temos que 3 é divisível por 3, pois ele é primo.

Decomposição em fatores primos do 144:

144	2
72	2
36	2
18	2
9	3
3	3

1	

Logo, percebe-se que 144 = $2^4 \times 3^2$, com isso, temos:

$$\sqrt[2]{144} = \sqrt[2]{2^4 \times 3^2} = 2^{4/2} \times 3^{2/2} = 2^2 \times 3^1 = 4 \times 3 = 12$$

Exemplo 2: Encontre $\sqrt{24\,336}$ usando a decomposição de 24 336 em fatores primos.

Solução:

Temos que descobrir o menor número primo que 24 336 se torne divisível por ele, que será o número 2, pois 24 336 = 2 × 12 168, e 2 168 será divisível por 2, o menor número primo encontrado que 2 168 seja divisível, pois 12 168 = 2 × 6 084. Continuando temos que o menor número primo que dê para dividir 6 084 será o número 2, pois 6 084 = 2 × 3 042, e 3 042 será divisível pelo número 2, o menor número primo que 3 042 seja divisível, pois 3 042 = 2 × 1 521, também temos que 1 521 não será divisível por 2, pois 1 521 é ímpar, logo temos que será divisível por número 3, pois 1 521= 3× 507, e temos que 507 é divisível por 3, o menor número primo que 507 seja divisível, pois 507 = 3×169. Continuando o raciocínio, temos que 169 será divisível pelo número 13, pois 169 = 13 × 13, e finalizando temos 13 será divisível pelo próprio número 13, pois ele é um número primo.

Decomposição em fatores primos do 24 336:

24 336	2

12 168	2
6 084	2
3 042	2
1 521	3
507	3
169	13
13	13
1	

Logo, percebe-se que 24 336 = $2^4 * 3^2 * 13^2$, com isso

$\sqrt{24\ 336}$ = $\sqrt{2^4 \times 3^2 \times 13^2}$ = $2^{4/2} \times 3^{2/2} = 2^2 \times 13^{2/2} = 2^2 \times 3 \times 13$ = **156**

Exemplo 3: Encontre $\sqrt{1{,}69}$

Sabendo que 1,69 = $\frac{169}{100}$, logo temos que fatorar por partes, isto é, temos que fatorar 169 e também 100. Logo com a fatoração de 169 temos que 169 e divisível por 13, pois 169 = 13 × 13, e finalizando temos 13 será divisível por ele mesmo, pois ele é primo, logo sabemos que 169 = 13^2. A fatoração do número 100 é da mesma forma, encontraremos, inicialmente, o menor número primo que 100 seja divisível, que será o número 2, pois 100 = 2×50, logo o número 50 será divisível por 2 também, pois 50 = 2×25, e o número 25, não é divisível por 2, pois é ímpar nem por 3, mas é divisível por 5, logo temos que 25 = 5×5, e finalizando temos que o número 5 será divisível por ele mesmo, pois o número 5 é um número primo.

Decomposição em fatores primos do 169:

169	13
13	13
1	

Temos 169 = 13^2

Decomposição em fatores primos do 100:

100	2
50	2
25	5
5	5
1	

Temos 100 =$2^2 \times 5^2$

Assim, $\sqrt{1,69}= \sqrt{\frac{169}{100}} = \sqrt{\frac{13^2}{2^2\times5^2}} = \frac{13}{2\times5} =\frac{13}{10}$ = 1,3

Para o cálculo da raiz cúbica consideremos *h* um número inteiro positivo. Inicialmente, decompomos *h* em produto de potências de fatores primo, se *h* é um cubo perfeito, então os expoentes de seus fatores primos serão múltiplos de 3. Veja :

$$h = (g_1)^c. (g_2)^d . (g_3)^e ... (g_k)^z$$

com g_i seja primo, i= 1, 2, ... , k e temos que *c, d, e,...z* números múltiplos de 3. Extraindo a raiz cúbica de *h* temos,

$$\sqrt[3]{h} = (g_1)^{c/3}.\ (g_2)^{d/3}\ .\ (g_3)^{e/3} \ldots (g_k)^{z/3}$$

Veja alguns exemplos abaixo:

Exemplo 4: Encontre $\sqrt[3]{2\ 197}$ usando a decomposição de 2 197 em fatores primos.

Temos que encontrar o menor número primo que 2 197 seja divisível por ele, vemos que será o número 13, pois 2 197 = 13 × 169, logo temos que 169 é divisível por 13, o menor número primo encontrado que 169 seja divisível, pois 169 = 13× 13. E finalizando temos que o número 13 será divisível por ele mesmo, pois é primo, 13 = 13 × 1.

Decomposição em fatores primos do 2 197:

2 197	13
169	13
13	13
1	

Logo, percebe-se que 2 197 = 13^3, com isso

$\sqrt[3]{2\ 197} = \sqrt[3]{13^3} = 13^{3/3} = 13$

Exemplo 4: Encontre $\sqrt[3]{46\ 656}$ usando a decomposição de 46 656 em fatores primos.

Temos que encontrar o menor número primo que 46 656 seja divisível por ele, vemos que será o número 2, pois 46 656 = 2×23 328, logo temos que 23 328 é divisível por 2, o menor número primo encontrado que 23 328 seja divisível, pois 23 328 = 2× 11 624. E temos que o número 11 624 será divisível por 2 também, pois 11 624 = 2 × 5 832. Vemos que 5 832 será divisível por 2(o menor número primo, perceba que 5 832 é um número par, logo é divisível por 2), pois 5 832 = 2×2 916, temos que 2 916 será divisível também por 2, pois 2 916 = 2 × 1 458. E 1 458 é divisível por 2, pois 1 458 = 2×729, nota-se que 729, não é divisível por 2, mas é divisível por 3, pois 729 = 3× 243, temos que 243 é divisível por 3 também, pois 243= 3× 81, e o número 81, é divisível por 3, o menor número primor que seja divisível por 81, pois 81= 3×27, temos que 27 é divisível também 3, pois 27 = 3×9. O número 9 será divisível por 3, pois 3 é o menor número primo encontrado que 9 seja divisível, 9 = 3×3. E finalizando temos que 3 é divisível por ele mesmo, pois é um número primo, 3 = 1×3.

Decomposição em fatores primos do 46 656:

46 656	2
23 328	2
11 624	2
5 832	2
2 916	2
1 458	2
729	3
243	3
81	3

27	3
9	3
3	3
1	

Logo, percebe-se que 46 656 = $2^6 \times 3^6$, com isso

$\sqrt[3]{46\,656} = \sqrt[3]{2^6 \times 3^6} = 2^{6/3} \times 3^{6/3} = 2^2 \times 3^2 = 36$

2.3. Método tentativa e erro

Considero este método mais comum, pois desde o ensino fundamental ele acompanha todo estudante. É simples e prático, embora seu uso se limita a números que tenha raiz exatas e números não muito grande, pois assim seu uso tornaria cansativo e desinteressante.

Suponha que queremos calcular a raiz quadrada de um número real não negativo *a*. Pela definição de raiz quadrada, $\sqrt{a}$ é número real positivo *b* para o qual

$$b^2 = a.\ , \text{ com } b \in R.$$

Assim, calcular a raiz quadrada do número real positivo *a* significa encontrar um número real positivo *b* tal que o quadrado de *b* seja *a.*

Este método para o cálculo da raiz quadrada de um número *a* consiste em procurar números cujos quadrados se aproximem cada vez mais de *a*.

O caso geral, quando desejamos encontra a raiz k-ésima de um número D, isto é,

$$\sqrt[K]{D} = C \Leftrightarrow C^K = D, \text{ com } C \in R, \text{ e } C > 0 \text{ se K for par.}$$

Ou seja, procedemos da mesma maneira, procurando número tais a potência K-ésima dele se aproxime cada vez mais de D.

Caso geral, se desejamos encontra a raiz de um número dado *a* ∈ R e *n* ∈ N^+,temos

$$\sqrt[n]{a} = b \text{ se } b^n = a$$

Chamamos *a* **o radicando**, *b* **a raiz** e *n* **o índice**.

Exemplo 5: Encontre a raiz quadrada de 144 através do método da aproximação.

Vamos supor que, inicialmente, tenhamos pensado no número 5. Neste caso, quando elevamos 5 ao quadrado, vemos que $5^2 < 144$, o que nos permite dizer que a raiz quadrada de $\sqrt{144} > 5$ e, por outro lado, $5^2 = 25$ está bem distante de 144. Assim, podemos procurar outros números maiores do que 5, calcular o respectivo quadrado e ver se está próximo de 144. Na tabela abaixo, mostramos nossas diversas tentativas de encontrar um número cujo quadrado mais se aproxime de 144, que no caso é o número 12.

Resposta	*Resolução*	*Resposta*
5	$5^2 = 25 < 144$	$\sqrt{144} > 5$
6	$6^2 = 36 < 144$	$\sqrt{144} > 6$
.		
.		
.		
10	$10^2 = 100 < 144$	$\sqrt{144} > 10$
11	$11^2 = 121 < 144$	$\sqrt{144} > 11$

12	12^2=144	$\sqrt{144}$=12

Exemplo 6: Encontre a raiz cúbica 1 331 através do método da aproximação.

Vamos supor que, inicialmente, pensamos em aproximar a raiz cúbica de 1331 por 9. Neste caso, podemos concluir que 9^3 < 1 331, o que nos leva a concluir $\sqrt[3]{1\ 331}$>10. Deste modo, podemos aumentar nosso candidato a raiz cúbica, passando de 9 para 10 e 11, conforma tabela a seguir, que nos revela que $\sqrt[3]{1\ 331}$=11.

Resposta	*Resolução*	*Resposta*
9	9^3 = 729< 1 331	$\sqrt[3]{1\ 331}$>9
10	10^3 =1 000< 1 331	$\sqrt[3]{1\ 331}$>10
11	11^3=1 331	$\sqrt[3]{1\ 331}$=11

3 Algoritmo da raiz quadrada

Este algoritmo é baseado no algoritmo de Heron. A sua demonstração ficará a cargo de um caso particular, ficando claro que é análoga a justificativa para o caso geral.

Considerando H um número inteiro positivo, supondo que seja um quadrado perfeito, e seja um número de cinco ou seis algarismos, então temos que $\sqrt{H}$ não terá mais do que três algarismos. Se o número é formado por três algarismos, logo temos que seja a soma de x centenas + y dezenas + z unidades = xyz, donde $0 \leq x, y, z \leq 9$.

Isto é,

Devemos determinar x, y, e z, tais que, são números inteiros entre $0 \leq x, y, z \leq 9$, de modo que

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 = H$$

Por exemplo, $\sqrt{55\ 225} = 235$, logo notamos que a nossa resposta é formada pela soma de 2 centenas, 3 dezenas e 5 unidades, sendo x = 2, y = 3 e z =5, o que nos dá 55 225 = $(2.10^2 + 3.10 + 5)^2$.

Se desejamos encontrar $\sqrt{H}$, logo:

$$H= (x.10^2 + y.10 + z)^2$$

$$H= (x.10^2 + y.10 + z) \times (x.10^2 + y.10 + z)$$

$$H= [(x.10^2)^2 + (x.10^2)\times y.10+ (x.10^2)z] + [(y.10)\times(x.10^2) + (y.10)\times(y.10) + (y.10).z] + [z\times(x.10^2) + z\times(y.10) + z\times z]$$

$$H= 10^4.x^2 + (2.x.10) \times (y.10^2) + y\times (y.10^2) + 2.x.10^2.z + 2.y.10.z +z^2$$

$$H= 10^4.x^2 + (2.x.10) \times (y.10^2) + y\times (y.10^2) + 2.x.10^2.z + 2.y.10.z +z^2$$

$$H= 10^4.x^2 + (2.x.10) \times (y.10^2) + y\times (y.10^2) + [2.x.10^2 + 2.y.10 +z]z$$

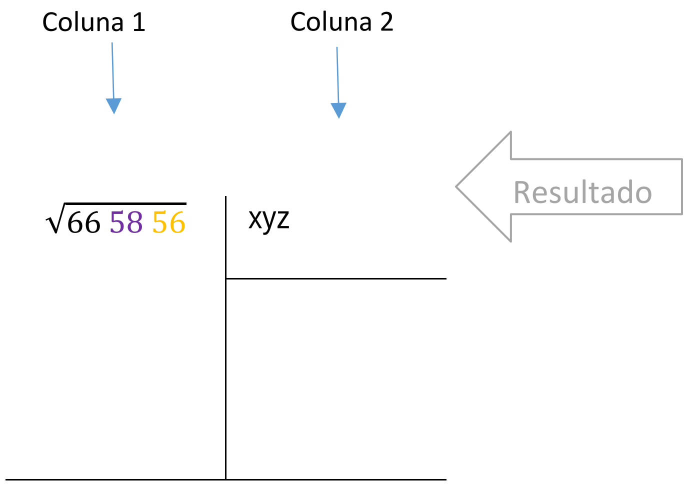
$$H= 10^4.x^2 + (2.x.10) \times (y.10^2) + y\times (y.10^2) + [(2.x.10 + 2.y).10 +z]z$$

$$H= 10^4.x^2 + (2.x .10 +y)\ y.10^2 + [2(x.10 +y).10 +z]\ z$$

Tomando, $A = x^2$, $B= (2.x .10 +y)\ y$ e $C=[2(x.10 +y).10 +z]\ z$, temos

$$H = A.10^4 + B.10^2 + C$$

Perceba que A, B, e C são números inteiros onde $0 \leq A, B, C \leq 99$. Por exemplo $\sqrt{665\,856} = 66.10^4 + 58.10^2 + 56$, isso nos explica e nos faz aplicar a separação em duas classes da direita para esquerda, onde A=66, B=58 e C=56.



Vamos demonstrar agora os valores para cada algarismo que desejamos encontrar, que por acaso é, sucessivamente, x, y e z, para formamos o nosso número da forma xyz.

Seja x, onde $x^2 \leq A$, logo

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 \leq H$$

Se $x^2 > A$, então $x^2 - A \geq 1$, o que implica $(x^2 - A).10^4 \geq 10^4$.

E sendo $10^4 > 9999 \geq B.10^2 + C$, temos

$$(x^2 - A).10^4 \geq 10^4 > 9999 \geq B.10^2 + C \Rightarrow x^2.10^4 - A.10^2 > B.10^2 + C \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x^2\,10^4 > A.10^2 + B.10^2 + C$$

Perceba que $A.10^2 + B.10^2 + C = H$. Logo, temos $x^2 10^4 > H$.

E para quaisquer valores de y e z, teremos

$$H < x^2\,10^4 \leq (x.10^2 + y.10 + z)^2$$

Assim, não podemos começar com x, de tal forma que $x^2 > A$, e, portanto, o x a ser encontrado tem que $x^2 \leq A$.

Como exemplo podemos temos $\sqrt{65\,536} = 256$, com x =2, y=5 e z=6, e também A= 6, B= 55 e C= 36, a partir da separação em classes de dois algarismos.

$$65\,536 = (x.10^2 + y.10 + z)^2 = (2.10^2 + 5.10 + 6)^2 = (200 + 50 + 6)^2, \text{ note que } x^2 = 2^2 < A$$

Se, por acaso, colocarmos x = 3, teríamos $x^2 = 3^2 > A$, e ficaria

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 = (3.10^2 + 5.10 + 6)^2 = (300 + 50 + 6)^2 = 126\,736 > 65\,536$$

Logo, não podemos começar com um algarismo x que $x^2 > A$ e, porventura, devemos ter $x^2 \leq A$.

Se encontrarmos $x_1 > x$ e $x_1^2 \leq A$ (I), temos $x_1 - x \geq 1 \Rightarrow (x_1 - x).10^2 \geq 10^2 > 99 \geq y.10 + z$

Com isso,

$$x_1.10^2 > x.10^2 + y.10 + z \Rightarrow (x_1.10^2)^2 > (x.10^2 + y.10 + z)^2$$

Como $x_1^2.10^4 = (x_1.10^2)^2$, por (I) temos,

$$x_1^2 \,.\, 10^4 \leq A.10^4 \text{ (multiplicando cada membro de I por } 10^4\text{).}$$

Logo, temos $x_1^2 \,.\, 10^4 \leq A.10^4 \leq A.10^4 + B.10^2 + C$. Assim, podemos escrever:

$$A.10^4 + B.10^2 + C \geq \quad A.10^4 \geq x_1^2.10^4 = (x_1.10^2)^2 > (x.10^2 + y.10 + z)^2$$

Isso prova que se $x_1 > x$ e $x_1^2 \leq A$. Então não podemos começar com x e sim com x_1, de modo que o x_1 que teremos que encontrar, o seu quadrado, tem que ser o maior valor possível próximo de A ($x_1^2 \leq A$).

Continuando o exemplo, $\sqrt{665\ 856}$, temos que encontrar um número x que $x^2 \leq A$ = 66 , se A = 66, B = 58 e C =56, x será 8, pois $8^2 < 66$, se x fosse 9, teríamos $x^2 = 81 > 66$.

Continuando o exemplo temos,

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	8

Temos que subtrair x^2 da primeira classe A, $A-x^2 = 2$ e encontrar o dobro de x e colocá-lo logo a baixo de x, 2.x =16.

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	8
-64	16
2	

Logo, temos que encontrar y que $(2.x.10 + y).y \leq 258$ (258 foi obtido “abaixando” a próxima classe, B ,que era 58).

$$\text{Se } y=1,\ (16 \times 10 + 1) \times 1 = 161$$

$$\text{Se } y=2,\ (16 \times 10 + 2) \times 2 = 324$$

Logo temos que y = 1, pois com isto, temos $161 < 258$.

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	8
-64	161 × 1 =161
2 58	

Para poder prova a veracidade da resolução acima, iremos demonstrar agora que temos que encontrar o maior número inteiro y entre 0 e 9 que menor ou igual ao número que resta na coluna 1. Temos que se y for aplicado de tal forma que

$$(2x \cdot 10 + y)y > (A - x^2) \cdot 10^2 + B \qquad \text{(II)}$$

$$(2x \cdot 10 + y)y > A \cdot 10^2 - x^2 \cdot 10^2 + B$$

$$x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y)y > A \cdot 10^2 + B$$

Logo,

$$x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y)y - (A \cdot 10^2 + B) \geq 1$$

Multiplicando 10^2 em ambos lados de (III), temos,

$$[x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y)y - (A \cdot 10^2 + B)] \times 10^2 \geq 10^2$$

Se $10^2 > 99 \geq C$,

$$[x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y)y - (A \cdot 10^2 + B)] \times 10^2 \geq 10^2 > 99 \geq C$$

Assim,

$$[x^2.10^2 + (2x\ .\ 10 + y)y - (A.10^2 + B)] \times 10^2 > C$$

$$x^2.10^4 + (2x\ .\ 10 + y)y.10^2 > (A.10^2 + B) \times 10^2 + C$$

$$x^2.10^4 + (2x\ .\ 10 + y)y.10^2 > A.10^4 + B.10^2 + C$$

Isto é,

$$(x.10^2 + y.10)^2 > H$$

Para quaisquer valores de y, temos

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 \geq (x.10^2 + y.10)^2 > H$$

Logo y, de II, não poderia ser o segundo algarismo de $\sqrt{H}$. E assim:

Temos que encontrar um y que satisfaça a seguinte expressão:

$$(2x\ .\ 10 + y)y \leq (A - x^2)\ .10^2 + B$$

Tornando verídica a nossa última resolução,

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	8
-64	$161 \times 1 = 161$
2 58	

Se encontrarmos $y_1 > y$, e $(2x\ .\ 10 + y_1)y_1 \leq A.10^2 + B$, então y não pode ser o segundo algarismo de $\sqrt{H}$, e sim y_1.

Se tivermos $y_1 > y$ e,

$$(2x \cdot 10 + y_1)y_1 \leq (A - x^2) \cdot 10^2 + B$$

$$x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y_1)y_1 \leq A \cdot 10^2 + B$$

Então, y_1 o próximo algarismo.

Donde $y_1 - y \geq 1$,

$$(y_1 - y) \cdot 10 \geq 10 > 9 \geq z$$

Com isso,

$$y_1 \cdot 10 > y \cdot 10 + z \quad (IV)$$

E então,

$x \cdot 10^2 + y_1 \cdot 10 > x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z$ (somando $x \cdot 10^2$ em ambos os lados de IV)

Logo,

$$(x \cdot 10^2 + y \cdot 10 + z)^2 < (x \cdot 10^2 + y_1 \cdot 10)^2 \quad (V)$$

Se $(x \cdot 10^2 + y_1 \cdot 10)^2 = x^2 \cdot 10^4 + 2 \cdot x \cdot 10^2 \cdot y_1 \cdot 10 + y_1^2 \cdot 10^2 = [x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y_1)\, y_1] \cdot 10^2$

Sendo

$$A \cdot 10^4 + B \cdot 10^2 + C \geq A \cdot 10^4 + B \cdot 10^2 = (A \cdot 10^2 + B \cdot 10^2)\, 10^2$$

e

$$(A \cdot 10^2 + B \cdot 10^2)\, 10^2 = 10^4 \cdot x^4 + (2 \cdot x \cdot 10 + y)\, y \cdot 10^4$$

Se

$$[x^4 \cdot 10^2 + (2 \cdot x \cdot 10 + y)\, y \cdot 10^2] \cdot 10^2 = 10^4 \cdot x^4 + (2 \cdot x \cdot 10 + y)\, y \cdot 10^4 \geq [x^2 \cdot 10^2 + (2x \cdot 10 + y_1)\, y_1] \cdot 10^2$$

Assim,

Continuando (V), temos

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2<(x.10^2 + y_1.10)^2=[x^2.10^2 +(2x.10 +y_1)\, y_1].10^2\leq 10^4.x^4+(2.x\, .10 +y)\, y.10^4$$

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2<(x.10^2 + y_1.10)^2=[x^2.10^2 +(2x.10 +y_1)\, y_1].10^2\leq 10^4.x^4+(2.x\, .10 +y)\, y.10^4$$

Temos ainda,

$$[x^2.10^2 +(2x.10 +y_1)\, y_1]10^2 \leq [A.10^2 + B].10^2 =[x^2.10^2 +(2x.10 +y)\, y]10^2 \qquad (VI)$$

Logo, por (V)

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 < (x.10^2 + y_1.10)^2 = [x^2.10^2 +(2x.10 +y_1)\, y_1]10^2$$

E por (VI)

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 < [A.10^2 + B].10^2 \leq A.10^4 + B.10^2 + C$$

Isto é,

$$(x.10^2 + y.10 + z)^2 < H$$

Logo, se existir $y_1>y$, notamos que o nosso segundo algarismo, y, tem quer ser o maior valor possível entre 0 e 9.

Continuando o exemplo, temos:

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	81
-64	$161 \times 1 = 161$
258	
-161	

97	

Logo o nosso segundo será y= 1 pois (2x .10 +y)y = 161 < 258.

Temos 97 = 258 -161 = (A-x^2) . 10^2+ B – (2x .10 +y)y. Com isso baixamos a classe seguinte 56, ao lado de 97, e dobramos 81, pois 2(x.10 +y) = 2×81=162

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	81
-64	161 × 1 =161
258	162
-161	
97 56	

Temos que o próximo algarismos de $\sqrt{\mathrm{H}}$ será 6, pois, 1626 × 6=9756, isto é,

$$[2(x.10 +y).10 + z]\ z= 9756$$

Se fosse z= 5 teríamos,

$$[2(x.10 +y).10 + z] = [2\ (8\times 10 +1).10 + 5].5= 8125 < 9756$$

Observe que:

z tem que ser o maior valor possível entre 0 e 9, de forma análoga as demonstrações de x e y, de modo que,

$$[2(x.10 +y).10 + z] \leq [(A-x^2)\ .\ 10^2 + B –(2x .10 +y)y].10^2 +C$$

Temos,

$\sqrt{66\ 58\ 56}$	816
-64	$161 \times 1 = 161$
258	$1626 \times 6 = 9756$
-161	
97 56	
- 9756	
0	

Logo $\sqrt{665\ 856} = 816$

Ao aprender este algoritmo, o aluno não somente consegue encontrar a resposta, mas também praticar outros conceitos da matemática além do próprio raciocínio.

A origem da palavra algoritmo traz bastante divergência entre os historiadores. Mas para o nosso aprendizado sobre raiz quadrada, deve-se ter em mente que algoritmo é um conjunto de processo, de passos, não ambíguo, onde define um procedimento finito. Este método tem por base o método de Heron e se torna bem curioso o seu uso.

Para dar início, primeiro, observe a tabela que iremos utilizar, abaixo:

Coluna 1 Coluna 2

$\sqrt{\text{Radicando}}$	resultado

Exemplo 7: Encontre $\sqrt{144}$ pelo método *Algoritmo da raiz quadrada*

Para o cálculo temos que seguir os seguintes passos:

1º Separar o número (que pretende encontrar sua raiz)em classes de dois algarismos, começando da direita para a esquerda, veja o exemplo abaixo:

$\sqrt{144} = \sqrt{1\ 44}$

$\sqrt{1\ 44}$	

2º O próximo passo é encontrar o primeiro algarismo x, que seu quadrado seja menor ou igual a primeira classe à esquerda. Do exemplo acima, temos que será o número 1, pois 1^2 é igual a primeira classe que é 1, com isso colocamos o número encontrado na segunda coluna, pois será o primeiro algarismo.

$\sqrt{1\ 44}$	1

3ºDepois subtraímos o quadrado deste número(primeiro algarismo de $\sqrt{1\,44}$) pela primeira classe da esquerda, na coluna 1:

$\sqrt{1\,44}$	1
- 1	
0	

4º À direita diferença (na primeira da coluna) escreve a próxima classe e abaixo do algarismo 1, da segunda coluna, escreve o seu dobro.

$\sqrt{1\,44}$	1
- 1	2 (2×1)
0 44	

5º Do número 2, multiplicamos por 10, resultando 20 que teremos que encontrar y(próximo algarismo de $\sqrt{144}$) de modo que (20 + y)y = 44 (44 é o número da primeira coluna), que podemos notar que y =2, pois multiplicação realizada tem que ser menor ou igual ao valor da primeira coluna, ou seja, o próximo algarismo de $\sqrt{144}$ será o 2. Com temos que este valor será o próximo algarismo da nossa raiz, que até agora só tínhamos o número 1, logo colocamos o número 2 ao lado direito de 1(segunda coluna). E o resultado da multiplicação 44, subtraímos com o valor da primeira coluna. Como zerou, logo, terminamos a conta.

$$
\begin{array}{rr|l}
 & \sqrt{1\ 44} & 12 \\
\hline
- & 1 & 2\ (2 \times 1) \\
\hline
 & 0\ 44 & [(2 \times 10 + 2) \times 2] = 44 \\
- & 44 & \\
\hline
 & 0 &
\end{array}
$$

Exemplo 8: Encontre $\sqrt{34\ 627}$ pelo método *Algoritmo da raiz quadrada*

1º Separa o número (que pretende encontrar sua raiz) em classes de dois algarismo, começando da direita para a esquerda, veja o exemplo abaixo:

$\sqrt{34\ 627} = \sqrt{3\ 46\ 27}$

$$
\begin{array}{r|l}
\sqrt{3\ 46\ 27} & \\
\hline
 &
\end{array}
$$

2º O próximo passo é encontrar o primeiro algarismo x, que seu quadrado seja menor ou igual a primeira classe à esquerda. Do exemplo acima, temos que será o número 1, pois 1^2 é menor que a primeira classe que é 3, pois se por acaso fosse 2 temos que $2^2 = 4 > 3$, com isso colocamos o número encontrado na segunda coluna, pois será o primeiro algarismo.

$$
\begin{array}{r|l}
\sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\
\hline
 &
\end{array}
$$

3ºDepois subtraímos o quadrado deste número (primeiro algarismo de $\sqrt{3\ 46\ 27}$) pela primeira classe da esquerda, na coluna 1

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\ \hline -1 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

4º À direita diferença (na primeira da coluna) escreve a próxima classe e abaixo do algarismo 1, da segunda coluna, escreve o seu dobro.

$$\begin{array}{l|l} \sqrt{3\ 46\ 27} & 1 \\ \hline -1 & 2 \\ \hline 246 & \end{array}$$

5º Do número 2, multiplicamos por 10, resultando 20 que teremos que encontrar y(próximo algarismo de $\sqrt{3\ 46\ 27}$) de modo que (20 + y)y = 246 (46 é o número da primeira coluna), que podemos notar que y =8,pois assim temos 28 * 8 = 224 < 246, se por acaso supormos que y=9 teríamos 29 * 9 = 261 > 246 , mas a multiplicação realizada tem que ser menor ou igual ao valor da primeira coluna, ou seja, o próximo algarismo de $\sqrt{3\ 46\ 27}$será o 8. Com temos que este valor será o próximo algarismo da nossa raiz, que até agora só tínhamos o número 1, logo colocamos o número 8 ao lado direito de 1(segunda coluna). E o resultado da multiplicação 224, subtraímos com o valor da primeira coluna.

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	18
- 1	2(2 × 1)
246	[(2 ×10 + 8) × 8] = 224
- 224	
22	

Até agora temos,

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	18
22	

6º Como ainda não zerou a primeira coluna, continuaremos os cálculos fazendo os mesmos procedimentos:

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	18
22	36 (18 × 2)

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186
2227	36 (18 × 2)
- 2196	2196=[(36 × 10 + 6)×6]
31	

Veja que a primeira coluna ainda não zerou, então temos que continuarmos para encontrar um resultado mais próximo. Até agora temos que a parte inteira de $\sqrt{3\ 46\ 27}$ é 186. Para continuarmos colocaremos 00 à direita do número 31 (primeira coluna) e uma vírgula à direita de 186.

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186,
31 **00**	

E continuaremos com os mesmos procedimentos.

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186,
31 **00**	372 (186 × 2)

Note que [(372×10 + z) × z] > 3100, para qualquer 0≤z≤9. Logo, temos que adicionar 0 à direita da vírgula e acrescentaremos mais 00 à direita do número da primeira coluna

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186**,0**
31 **00 00**	372 (186 × 2)

Para continuar o cálculo teremos que desconsiderar a vírgula e teremos que calcular o dobro de 1860

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186,0
31 00 00	3720 (1860 × 2)

Note que [(3720 × 10 + 8)× 8] = 297 664 ≤ 310 000, logo o próximo algarismo será 8, pois se fosse 9 teríamos [(3720 × 10 + 9)× 9] = 334 881 ≥ 310 000

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186,08
31 00 00	3720 (1860 × 2)
	[(3720 × 10 + 8)× 8] = 297 664

Logo, subtraímos 297 664 do valor 310 000 da coluna 1.

$\sqrt{3\ 46\ 27}$	186,08
310000	3720 (1860 × 2)
- 297664	[(3720 × 10 + 8)× 8] = 297 664
12336	

Desta forma obtemos que $\sqrt{3\ 46\ 27}$ é, aproximadamente, 186, 08, pode-se dar continuidade ao algoritmo para encontrar aproximação mais desejada.

Exemplos 9: Encontre $\sqrt{14\ 641}$ pelo método *Algoritmo da raiz quadrada*

1º) Separa o número (que pretende encontrar sua raiz)em classes de dois algarismo, começando da direita para a esquerda, veja o exemplo abaixo:

$\sqrt{1\ 46\ 41}$	

2º) O próximo passo é encontrar o primeiro algarismo x, que seu quadrado seja menor ou igual a primeira classe à esquerda. Do exemplo acima, temos que será o número 1, pois 1^2 é igual a primeira classe que é 1, pois se por acaso fosse 2 temos que $2^2 = 4 > 1$, com isso colocamos o número encontrado na segunda coluna, pois será o primeiro algarismo e colocamos o número encontrado na coluna 2, como sendo o primeiro algarismo da nossa resposta, o seu quadrado subtraímos da primeira classe, nisso baixamos a próxima classe e dobrar o valor do primeiro algarismo da raiz , que é 1 presente na e na coluna 2 e colocá-lo logo abaixo nesta mesma coluna.

$\sqrt{1\ 46\ 41}$	**1**
$-\ 1$	$2(\ 2 \times \mathbf{1})$
______	
$0\ 46$	

3º) Agora devemos descobrir y, o segundo algarismo da raiz, de modo que (2×10 + y) y ≤46. Pela análise, dá pra notar que y=2. Assim o referido valor de y=2 ao lado do número 1 na coluna 2, e o valor de (2×10 + y) y, com y=2, subtraímos com 46 na coluna 1.

$\sqrt{1\ 46\ 41}$	**1**2
- 1	2(2 × **1**)
	44 = [(2×10 + 2) 2]
0 46	
- 44	
2	

4º) Baixamos a próxima classe 41 e dobramos o número 12:

$\sqrt{1\ 46\ 41}$	**1**2
- 1	2(2 × **1**)
	44 = [(2×10 + 2) 2]
0 46	24 (**1**2 × 2)
- 44	
2 41	

5º) Note que o próximo algarismo z da nossa raiz será 1, pois (24×10 + z)z = (24×10 + 1)×1 = 241 , se fosse z=2 teríamos (24×10 + z)z = (24×10 + 2)×2= 484 > 241. Logo subtraímos 241 do valor da coluna 1,e colocamos o algarismos encontrado, 1, na coluna 2 como sendo o próximo algarismo da nossa raiz.

$\sqrt{1\ 46\ 41}$	121
- 1	2(2 × 1)
	44 = [(2×10 + 2) 2]
0 46	24 (12 × 2)
- 44	(24×10 + 1)×1 = 241
241	
- 241	
0	

Como o resto foi zero, então temos o resultado que $\sqrt{14\ 641}$ =121.

4 Método curioso

4.1. Método chinês: as raízes e os números ímpares

Este método foi publicado pela Revista de Ensino de Ciências, de 1985, pelo professor Luciano Rampazzo. É conhecido por *Método chinês*, e traz a ideia que um número quadrado perfeito é a soma de *n* números ímpares.

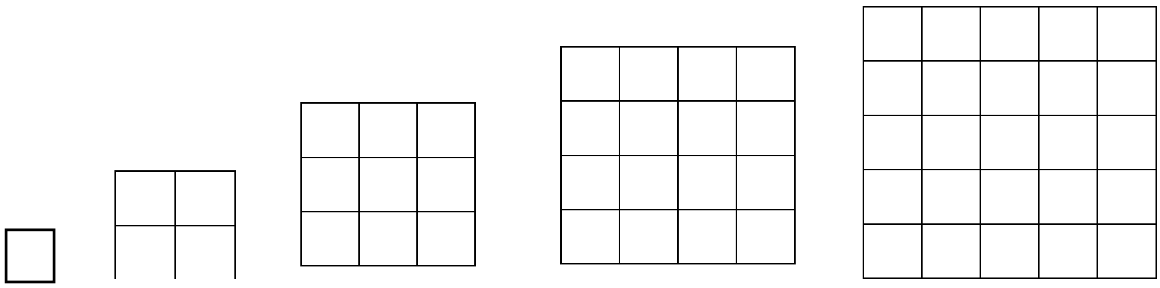
O método chinês consiste em calcular a raiz quadrada de um número natural quadrado perfeito através da ideia de números ímpares. Isto é, para cada número natural temos,

$\sqrt{a} = 1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = a^2$, sendo *n* e *a* um número natural.

O exemplo abaixo foi retirado da referida revista citada acima:

Um professor propôs uma atividade aos seus alunos para o cálculo da raiz quadrada de um número perfeito através do seguinte método:

"A partir de um quadrado unitário, formar quadrados maiores, acrescentando progressivamente outros quadrados unitários. "



1 $\quad 1+3= 4= 2^2 \quad 1+3+5= 9 = 3^2 \quad 1+3 +5+7= 16= 4^2 \quad 1+3+5+7+9= 25= 5^2$

Perceba que a primeira figura é composta por 1 quadrado, já a segunda é composta por 4 quadrado, isto é, $1+3=4=2^2$, note que a raiz quadrada da quantidade de quadrados da segunda figura resulta na posição da figura, isto é, temos 4 quadrados, na segunda figura, que $\sqrt{4}= 2$, ou seja, a segunda posição. Note que a 5ª figura é formada por 25 quadrados, isto é, 1 + 3 + 5 + 7 + 9 =25, que sua raiz ($\sqrt{25}$) é igual a 5, isto é, a 5ª posição, o que se deve observar que é a posição classifica, justamente, a raiz do número. Ou também podemos ter outra visão, note que 25 é igual à soma dos cincos primeiros números ímpares inteiros positivos, ou seja, a quantidade de números ímpares inteiros positivos que somamos é igual a raiz quadrada da soma.

Note que forma uma sequência: o número de quadrados se dá sempre através de uma potenciação que também é igual a soma de uma certa quantidade de número ímpares que também é justamente a raiz quadrada do número quadrado perfeito encontrado através de cada passo.

Veja a seguir alguns exemplos, para esclarecer qualquer dúvida.

Exemplo 10: Encontre a raiz quadrada de 25.

1º passo: Inicialmente subtraímos 25 pelo primeiro número ímpar e somamos o restante que falta para inteirar o 25.

1+ 24

2º passo: Despois, continuando o 1º passo, subtraímos do 24 o sucessor número ímpar de 1 que será o 3 e somamos o número restante que falta para inteirar o 25

1 + (3 + 21)

3º passo: Continuando o 2º passo, subtraímos do 21 o sucessor número ímpar de 3, que será o 5, e somamos com o número restante que falta para inteirar o 25.

1 + 3 + (5 + 16)

4º passo: Continuando o 3º passo, subtraímos do 16 o sucessor número ímpar de 5, que será o 7,e somamos com o número restante que falta para inteirar o 25.

1 + 3 + 5 + (7 + 9)

5º passo: Continuando o 4º passo, subtraímos do 9 o sucessor número ímpar de 7, que será o 9, e somamos com o número restante que falta para inteirar o 25.

1 + 3 + 5 + 7 + 9

Como não falta mais nada de número ímpar para subtrair, pois a última conta que fizemos foi 9-9 = 0, logo 25 é um quadrado perfeito, e já que tivemos 5 subtrações, isto é, a soma de 5 números ímpares, logo temos que $\sqrt{25}$ = 5.

Exemplo 11: Raiz quadrada de 43

1º passo: Subtraímos de 43 o primeiro número ímpar, que será 1, e somamos com esse número ímpar o número restante que falta para inteirar 43.

1 + 42

2º passo: Continuando o 2º passo, subtraímos do 42 o sucessor número ímpar de 1, que será o número 3, e somamos que com o restante que falta para inteirar 43.

1 + (3 + 39)

3º passo: Continuando o 2º passo, subtraímos do 39 o sucessor número ímpar de 3, que será o número 5e somamos que com o restante que falta para inteirar 43.

1 + 3 + (5 +34)

4º passo: Continuando o 3º passo, subtraímos do 34 o sucessor número ímpar de 5, que será o número 7, e somamos que com o restante que falta para inteirar 43.

1 + 3 + 5 + (7 + 27)

5º passo: Continuando o 4º passo, subtraímos do 27 o sucessor número ímpar de 7, que será o número 9, e somamos que com o restante que falta para inteirar 43.

1 + 3 + 5 + 7 + (9 + 18)

6º passo: Continuando o 5º passo, subtraímos do 18 o sucessor número ímpar de 9, que será o número 11, e somamos que com o restante que falta para inteirar 43.

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + (11 + 7)

7º passo: Continuando o 6º passo, subtraímos do 7 o sucessor número ímpar de 11, que será o 13 e somamos que com o restante que falta para inteirar 43, mas note que 7 – 11 = - 6, logo não podemos subtrair, e nisto notamos que 43 não é um quadrado perfeito.

1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + (-6)

Como as subtrações por números ímpares não deu zero, logo 43 não é um quadrado perfeito, a sua raiz quadrada está entre o número 6 e 7, pois tivemos a soma de 6 números ímpares, sendo a sua parte inteira o número 6.

No entanto, este algoritmo só permite encontrar a raiz quando for um número quadrado perfeito, se não for, só conseguirá encontrar sua parte inteira. Para um melhor desenvolvimento da sua resolução é recomendado para os números que não são quadrados perfeito, utilizar o *Algoritmo da raiz quadrada*

5 Conclusão

Nada mais importante do que a cultura do saber, a cultura do conhecimento, da descoberta, da inovação no ensino. Com o presente estudo da resolução da raiz quadrada, *algoritmo da raiz quadrada*, não se deve decorar, mas entender, compreender, ver que é um *Algoritmo, "*passos", um atrás do outro, isso é a matemática. O aluno para poder apreender e descobrir as maravilhas desta disciplina tem que primeiro ver que é uma sequência lógica, não se pode chegar no fim da pista, sem passar pelo início e meio do processo. O mais importante do aprendizado na matemática é ter curiosidade na sua descoberta e querer participar do seu processo de aprendizado, e só assim pode entendê-la no fim.

6 Bibliografia

RAMPAZZO, L. A Raiz Quadrada sem Tabus. Revista de Ensino de Ciências. São Paulo, n. 14, p. 28-32, set. 1985.

http://www2.sorocaba.unesp.br/professor/amartins/aulas/numerico/nr.pdf(data de acesso 09/04/2016)

DE CARVALHO, J.B.P. A Raiz Quadrada a Longo dos Séculos. In: V Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática. Paraíba, p. 1-32, 2010.

BARONE JUNIOR, M., O algoritmo da Raiz Quadrada. Revista de Ensino de Ciências, nº14,:28-32,1985.

matematicaonline.pt/investigando/index_htm_files/algoritmo_raiz_quadrada.pdf (data de acesso 16/04/2016)

http://www.seara.ufc.br/especiais/matematica/raizes/raizes2.htm(data de acesso 22/04/2016)

https://waldexifba.wordpress.com/2012/12/09/metodo-manual-de-extrair-raiz-quadrada/(data de acesso 22/04/2016)

MORI, IRACEMA& DULCE, SATIKO ONAGA. Matemática: ideias e desafios, 7ºano-17.ed- São Paulo: Saraiva,2012.

MORI, IRACEMA& DULCE, SATIKO ONAGA. Matemática: ideias e desafios, 8ºano-17.ed- São Paulo: Saraiva,2012.

LIMA, MARCOS VINICIUS AURELIO DE. Uma contribuição ao ensino do cálculo de raízes quadradas e cúbicas / Marcos Vinicius Aurelio de Lima. Campina Grande, 2013. Trabalho de Conclusão de Curso (Mestrado em Matemática) -Universidade Federal de Campina Grande, Centro de Ciências e Tecnologia, 2013.