UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
SECRETARIA DE ENSINO A DISTÂNCIA - SEDIS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

A UTILIZAÇÃO DO JOGO DO NIM PARA ESTIMULAR O CÁLCULO MENTAL

HENRIQUE ALEXANDRE DO NASCIMENTO

CAICÓ

2016

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
PRÓ-REITORIA DE PÓS-GRADUAÇÃO
SECRETARIA DE ENSINO A DISTÂNCIA - SEDIS
COORDENAÇÃO DO CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM
ENSINO DE MATEMÁTICA PARA O ENSINO MÉDIO

A UTILIZAÇÃO DO JOGO DO NIM PARA ESTIMULAR O CÁLCULO MENTAL

Monografia apresentada à banca julgadora do curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio da UFRN, como requisito para a obtenção do grau de ESPECIALISTA

HENRIQUE ALEXANDRE DO NASCIMENTO

Orientador: Prof. Benedito Tadeu Vasconcelos Freire.

CAICÓ

2016

Catalogação da Publicação na Fonte. UFRN / SISBI / Biblioteca Setorial
Centro de Ciências Exatas e da Terra – CCET.

Nascimento, Henrique Alexandre do.

A utilização do jogo do Nim para estimular o cálculo mental / Henrique Alexandre do Nascimento. - Caicó, RN, 2016.

28 f.: il.

Orientador: Prof. Me. Benedito Tadeu Vasconcelos Freire.

Monografia (Especialização) – Universidade Federal do Rio Grande do Norte. Secretaria de Educação à Distância. Coordenação do Curso de Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

1. Álgebra - Monografia. 2. Jogos - Monografia. 3. Divisão - Monografia. I. Freire, Benedito Tadeu Vasconcelos. II. Título.

RN/UF/BSE-CCET CDU: 512

HENRIQUE ALEXANDRE DO NASCIMENTO

A UTILIZAÇÃO DO JOGO DO NIM PARA ESTIMULAR O CÁLCULO MENTAL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado a Coordenação de Pós-Graduação Latu-Sensu da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, como exigência parcial para a obtenção do certificado de ESPECIALISTA em Ensino de Matemática para o Ensino Médio.

BANCA EXAMINADORA

Professor Bel. Benedito Tadeu Vasconcelos Freire

Orientador - UFRN

Professor Ms. Daniel Ecco

Professor Orientador SEDIS/UFRN

Professor Ms. Odilon Júlio dos Santos

Professor Orientador SEDIS/UFRN

Aprovada em 11 de Junho de 2016.

Dedico este trabalho à minha família, em especial à minha esposa Vitória e meus filhos, Luiz Henrique e Francisco Lucas, que sempre me apoiaram e foram suporte e alicerce para que todo o caminho até aqui se tornasse mais fácil, pois sempre contei com o apoio incondicional destes tesouros da minha vida.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, Pai misericordioso, estar sempre presente em minha vida, me mostrando caminhos que levam ao merecido êxito.

À minha mãe, Anaiza Macêdo, que sempre me incentivou para estudar, sempre me apoiando. Sempre sendo, ao seu modo, minha maior incentivadora para os estudos.

À minha esposa Vitória e meus filhos, Luiz Henrique e Francisco Lucas, que sempre me apoiaram em todos os momentos, sempre sendo uma fonte de inspiração e suporte em todos os momentos. Hoje, estou devolvendo a eles, com muita alegria os momentos que, muitas vezes não pudemos viver juntos devido às atividades que este curso requisitava (principalmente as manhãs de domingos, dias de avaliações, e a noite anterior), mas que vocês nunca reclamaram, pois sabiam que era para meu crescimento profissional. Obrigado por tudo!

Ao meu compadre Sebastião Gilton, comadre Ângela, Flavinha, Aninha e Paulinho, que considero como sendo minha família, pelo apoio incondicional, por sempre estarem disponíveis a me ajudar ao longo deste curso;

Aos meus professores da Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio da SEDIS/UFRN, pela tão valiosa contribuição para a minha formação, em especial, aos professores Daniel Ecco e Benedito Tadeu Vasconcelos Freire, que sempre foram mais do que professores, foram incentivadores, nos fazendo sempre buscar maneiras de fazer a matemática mais prazerosa. Ao professor Benedito, mais um agradecimento especial por ser um orientador sempre disponível e pontual, sempre que requisitado, nos atendendo com a presteza que lhe é peculiar.

Ao tutor Rodrigo, que já conhecia da graduação, e que sempre foi um incentivador, nos fortalecendo e não deixando esmorecer nos momentos que tentávamos esmorecer.

Aos meus colegas da especialização do campus de Caicó, pelo agradável convívio, amizade e ajuda durante os encontros presenciais realizados no Polo, em especial, a Carlos José, Fábia, Gizelda, Islânia e Verônica. Nossos encontros aos sábados, além de servirem de grupo de estudo/reforço para as provas, eram também momentos de estreitarmos nossos laços de amizade. Vocês foram muito especiais para que eu esteja vivendo esse momento hoje.

À Escola Cooperativa de Parelhas, sua equipe diretiva, professores, servidores e, em especial a turma da 2ª série do ensino médio de 2015 serviram de laboratório para as atividades propostas pelo curso.

Muito obrigado a todos!

“A alegria não chega apenas no encontro do achado, mas faz parte do processo da busca. E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura, fora da boniteza e da alegria.”

Paulo Freire.

"Há uma única ciência, a matemática, a qual ninguém se pode jactar de conhecer porque suas conquistas são, por natureza, infinitas; dela toda gente fala, sobretudo os que mais a ignoram."

Malba Tahan

RESUMO

As recreações e curiosidades matemáticas têm como principal foco transformar a dureza dos números e a exigência de raciocínio lógico matemático numa brincadeira ao mesmo tempo útil e recreativa. Acreditamos que os jogos matemáticos vão além de uma mera distração para quebrar a dureza dos números. Eles podem, e devem, ser uma ferramenta que o professor pode lançar mão para aumentar o interesse do educando para determinado conteúdo que se deseje transmitir. Este trabalho objetiva analisar o artigo da Revista do Professor de Matemática (RPM) sobre o Jogo do Nim, de autoria de Carlos Alberto V. de Melo, cujo título é “O Jogo do Nim, um problema de divisão”,enfatizando a utilização desse jogo como uma ferramenta para instigar no educando a utilização do cálculo mental para resolução de problemas matemáticos.

Palavras – chaves: Álgebra; Jogos; Divisão.

ABSTRACT

The mathematics plays and curiosities have as focus turn the hardness of the numbers and the requirement of logical reasoning in mathematical joke at the same time useful and recreational. We believe that mathematical games go beyond a mere distraction to break the hardness numbers. They can, and should, be a tool that the teacher can use to call the attention of the learner for certain content that the teacher wishes to transmit. This Latu Sensu postgraduate aims to analyze an article extracted from the Revista do Professor de Matemática (RPM) on the game of Nim, Carlos Alberto V. de Melo authored, entitled “The Game of Nim, a divisive issue”, emphasizing the use of the game as a tool to inculcate in the student the use of mental calculation for solving mathematical problems.

Key words: Algebra; Games; Division.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Aprender matemática não tem sido das mais aprazíveis e fáceis tarefas para a grande maioria dos nossos educandos, no que se refere à grade curricular do nosso sistema educacional. Muitas são as alegações: a matemática é muito difícil, a matemática tem muita conta, a matemática só é fácil para quem é inteligente, etc.

Ainda podemos elencar mais alguns motivos que levam os nossos educandos a ter esse medo, ou certa repulsa, ao estudo da matemática: é a matéria que mais reprova, disciplina responsável pela grande evasão escolar, matéria para quem é inteligente, só se dá bem em matemática quem já nasce com esse dom, etc.

Como tentativa de quebrar essa barreira inicial que o educando já traz para os bancos escolares é que se lança mão de atividades lúdicas para que o ensino de matemática possa ser mais leve para os educandos.

Das atividades lúdicas, os jogos são ferramentas muito usadas e não se constitui propriamente uma novidade. Por outro lado, é bem conhecida a sua potencialidade para o ensino e a aprendizagem, em muitas áreas do conhecimento, dentre as tais, a matemática.

O uso dos jogos nas aulas de matemáticas não se deve feito apenas como um quebra-gelo, mas deve ser usado como uma ferramenta para tornar a aula de matemática mais dinâmica, facilitando o processo de ensino e aprendizagem.

Segundo Smole (2007, p. 9)

> Em se tratando de aulas de matemática, o uso de jogos implica uma mudança significativa nos processos de ensino e aprendizagem que permite alterar o modelo tradicional de ensino, que muitas vezes tem no livro e em exercícios padronizados seu principal recurso didático.

Para que o uso de jogos em aulas de matemática tenha um bom desempenho, e não seja apenas um mero dispositivo para distrair e descontrair, esta ferramenta deve ser bem planejada, pois, a partir dela, se pode levar o educando a desenvolver habilidades como observação, análise, busca de respostas, cálculo mental, tomada de decisão, levando o mesmo a aprimorar e desenvolver o que chamamos de raciocínio lógico, que tantas vezes faz falta nas respostas que o educando apresenta em questões matemáticas que necessitam de uma maior interpretação, as chamadas situações-problemas.

Para Starepravo (2009 apud COOL e SOLÉ, 1998) “aprendemos quando somos capazes de elaborar uma representação pessoal sobre um objeto da realidades ou conteúdo que pretendendo aprender. É preciso atribuir sentido ao que se aprende, pois esse processo não ocorre pela acumulação de conhecimentos.”

Há algum tempo, o jogo era um mero elemento para quebrar a monotonia de uma aula, usada apenas como uma ferramenta lúdica. Hoje já se admite para o jogo, além da dimensão lúdica, uma dimensão educativa. Uma característica importante do uso do jogo é a consideração do erro. O erro será tratado como uma consequência de uma jogada mal feita, possibilitando ao jogador fazer uma nova análise, tirando desse erro uma possibilidade de acerto, servindo de suporte para uma tomada de decisão.

As atividades lúdicas, e em particular os jogos, são ferramentas tão importantes para a aprendizagem que os Parâmetros Curriculares Nacionais(1998) dão relevante destaque aos benefícios da utilização desta ferramenta:

> Os jogos constituem uma forma interessante de propor problemas, pois permitem que sejam apresentados de modo atrativo e favorecem a criatividade na elaboração de estratégias de resolução e busca de soluções. Propicia a simulação de situações-problema que exigem soluções vivas e imediatas o que estimula o planejamento das ações, possibilitam a construção de uma atitude positiva perante os erros, uma vez que as situações sucedem-se rapidamente e podem ser corrigidas de forma natural no decorrer da ação sem deixar marcas negativas. (BRASIL, 1998, p. 46).

O jogo não deve ser usado apenas como um mero dispositivo para dinamizar uma determinada aula ou conteúdo aplicado, se assim for ele perde um pouco da riqueza que o mesmo pode oferecer. O jogo, como ferramenta didática, vai além de estimular a criatividade, interação com outros colegas. Como ferramenta didática o uso dos jogos deve sempre buscar, no ambiente prazeroso da atividade lúdica, direcionar as atenções para o ensino de algum conceito matemático.

Segundo Cassiano (apud Grando, 2004), Grando menciona alguns benefícios decorrentes do trabalho com jogos em sala de aula, como:

- auxilia na (re)significação de conceitos já aprendidos;
- o aluno aprende a tomar decisões e saber avaliá-las;
- favorece a interação social e o trabalho em grupo;

- e desenvolve criatividade, senso crítico, participação e observação.

Ainda segundo Cassiano, podemos notar que dessa forma os alunos têm uma participação mais efetiva em sala de aula, criando estratégias, argumentando com os colegas, e assim gradativamente começa a construção de seu próprio conhecimento. A mesma Grando (2004), menciona que a utilização do uso de jogos e sala de aula podem também trazer desvantagens como:

- o tempo gasto, uma vez que a utilização dos jogos, quando bem elaborada e com o intuito de ensinar, exige mais tempo que as aulas convencionais.
- os alunos podem também ter a falsa ideia de que todos os conteúdos poderão ser ensinados por meio de jogos e criarem a expectativa de que a cada novo assunto haverá um novo jogo.
- existe ainda possibilidade da perda do caráter pedagógico, mas o aluno se interessa apenas por jogar e perde o interesse pelo conteúdo.
- pode também acontecer de algum aluno não querer jogar, e o professor abrigá-lo, perdendo assim a voluntariedade (que é uma das características dos jogos).

No jogo, os erros são analisados, vistos e revistos, de uma forma mais leve, como consequência natural de uma jogada mal realizada, sem ter uma grande carga negativa, mas dando margem a novas tentativas, estimulando no jogador a possibilidade de melhor análise, para uma próxima jogada, levando o mesmo a novas previsões e verificações da possibilidade de êxito ou erro.

2. DESENVOLVIMENTO

Com base no que já foi exposto, este trabalho que tem como tema “A utilização do JOGO DO NIM para estimular o cálculo mental”, visa ser uma ferramenta para dinamizar e incrementar as aulas no que se refere ao ensino da divisão.

Este trabalho, que toma por base o artigo extraído da Revista do Professor de Matemática (RPM), cujo título é “O Jogo do Nim, um problema de divisão” de Carlos Alberto V. de Melo. Não se sabe ao certo a origem do Jogo do Nim, mas acredita-se que tenha surgido na China. Existem relatos que esse jogo foi um dos primeiros a ser estudado matematicamente.

O jogo do Nim tem a seguinte dinâmica: disputado por dois jogadores que jogam alternadamente, usando uma quantidade definida de palitos, é estabelecido da seguinte forma:

1. a quantidade de palitos deve ser um número ímpar, dispostos em uma única fila, linearmente, ou em mais de uma fila, contendo uma certa quantidade de palitos
2. cada jogador retira, por sua vez, uma determinada quantidade de palitos, sendo que esta quantidade deve ter um limite mínimo e um máximo, previamente fixados;
3. Perde aquele que retirar o último palito.

Não se permite a retirada de 0 (zero) palito, o que corresponderia ao jogador não realizar uma jogada, ou seja, passar a vez.

Jogar NIM consiste em, após retiradas sucessivas dos palitos de cima da mesa, alternando de jogador para jogador, conseguir deixar o último palito para seu oponente retirar, pois a derrota se dá para aquele que retira o último palito. Estas retiradas só podem ser feitas, quando disposto em mais de uma fila, em uma das filas a cada vez e o jogador precisa tirar pelo menos um palito. Também é permitido que o jogador retire todos os palitos de uma fila em sua vez de jogar, desde que esteja dentro dos limites previamente combinados.

O fato interessante é que se na sua vez de jogar você conseguir deixar uma certa configuração de palitos na mesa de modo que, se depois disso você jogar sem erro, seu oponente não possa ganhar, independentemente das jogadas que ele faça, esta configuração será chamada uma combinação segura.

Em linhas gerais, a demonstração deste fato consiste em mostrar que se o jogador A deixa uma “combinação segura” de palitos na mesa, então B, no seu próximo movimento, seja ele qual for, não poderá deixar uma combinação segura. Além do mais, após o movimento de B, o jogador A novamente poderá deixar uma nova combinação segura e continuar o jogo.

A seguir veremos como o educador/mediador pode proceder para utilizar o Jogo do Nim como uma ferramenta para dinamizar, de forma lúdica, uma aula onde os educandos estejam estudando sobre divisão, ou, quando se deseja dinamizar as aulas de matemática, tendo um foco no desenvolvimento do raciocínio lógico.

Após a explicação das regras, formam-se as duplas, onde cada dupla deve receber uma caixa de palitos de fósforos, de preferência, (sugere-se pedir aos alunos, no dia anterior à aula, para trazerem os palitos).

A formação das duplas pode ser por afinidade, ou o professor/mediador pode usar alguma dinâmica para a formação das duplas, evitando assim que alguns fiquem sem duplas, ou se sintam deslocados.

Num primeiro momento as duplas deverão ser acompanhadas mais de perto pelo professor/mediador, haja vista a possibilidade de os alunos, no afã de jogar e querer ganhar, poderão surgir alguns focos de desentendimento ou de aplicação errada da regra do jogo.

A sugestão é que se deixe os alunos a vontade, buscando suas próprias estratégias para vencer o jogo, só fazendo intervenções quando os mesmos solicitarem.

Após meia hora, com os alunos jogando, quando eles já estiverem tendo domínio das regras do jogo e estiverem bastante familiarizados com o mesmo, pede-se para que os mesmos parem e começa-se uma nova etapa.

Perguntar aos alunos quais as estratégias usadas por eles para vencer jogo, lançar para eles um desafio: existe uma “combinação segura” para se vencer sempre o Jogo do Nim? Ou seja, será que existe uma maneira de sempre ganhar o jogo?

Deve-se, após este questionamento, aguardar que os alunos pensem um pouco em sua resposta.

Deve-se pegar algumas das sugestões dadas pelos alunos e ver se realmente elas são seguras.

Caso não seja realmente uma solução infalível, o professor/mediador poderá lançar mão da sugestão dada no artigo que serviu de base para esse trabalho:

Suponhamos que nosso jogo conste de 29 palitos e que possamos retirar no mínimo 1 (um) e no máximo 4 palitos.

O primeiro a jogar fará mentalmente a divisão:

$$\begin{array}{r|l} 29 & 5 \\ \cline{2-2} 4 & 5 \end{array}$$

Temos, então, 5 grupos de 5 palitos, restando 4.

Dos 4 palitos que restam, separamos 1 (um) palito. Tudo isto mentalmente.

Esquematizando, para melhor visualizar, temos a seguinte situação:

III IIIII IIIII IIIII IIIII IIIII I

Então, o primeiro jogador retira 3 palitos, e daí em diante, seja qual for a quantidade que o segundo retirar, o primeiro retirará o que faltar para 5.

Logicamente, o primeiro jogador vencerá.

Vejamos um exemplo, tomando por base a ideia proposta acima:

- Se o segundo jogador retirar 4 palitos, na jogada seguinte o primeiro jogador retira um palito, sobram 21 palitos;
- Agora, o segundo jogador retira 3 palitos, na jogada seguinte o primeiro jogador retira 2 palitos, sobram, agora, 16 palitos;
- Na sua vez de jogar, o segundo jogador retira 2 palitos, o primeiro jogador retira, na sua vez de jogas, 3 palitos, sobram, agora, 11 palitos;
- Na sua vez, o segundo jogador retira novamente 4 palitos, o primeiro jogador retira, então, 1 palito, sobram 6 palitos;
- O segundo jogador retira, na sua vez 1 palito, o primeiro jogador retira 4 palitos, sobra, então 1 palito;
- O segundo jogador perde o jogo, como o primeiro havia previsto.

Outras variantes deste jogo podem ser feitas, como por exemplo uma versão chamada Resta-um, onde os jogadores vão retirando palitos e o objetivo é que o jogador que ganhar fica, em sua última jogada com um palito. Outra versão é o jogo do Resta-zero, onde, com regras parecidas com a do jogo do Nim, vence o jogo quem retirar o último palito. Cabe ao professor/mediador, utilizá-los como um bom estímulo para ensinar ou recordar a operação da divisão.

No mesmo artigo que serviu de base para este trabalho tem uma colaboração, denominada de “A teoria matemática do Jogo do Nim” assinada por Inez Freire Raguenet e Márcia Kossatz de Barrêdo, que fala como se deve proceder para ganhar o Jogo do Nim, segundo as autoras a sugestão é: O jogador que conseguir manter uma combinação segura na mesa ganha o jogo.

Segundo as autoras, uma “combinação segura” é uma forma de, independentemente do modo que o seu oponente jogar, você terá como prever movimentos futuros para sempre ganhar o jogo.

Assim sendo, se a primeira disposição dos palitos na mesa formar uma combinação segura, a primeira pessoa a jogar vai desmanchar esta combinação segura. Logo, o segundo a jogar terá a sorte de poder recompor uma combinação segura e, se não errar, ganha o jogo. Da mesma forma, se a primeira disposição dos palitos na mesa não formar uma combinação segura, o primeiro a jogar poderá compor uma combinação segura e, novamente, se não errar, ganha o jogo.

É importante salientar que, para um bom aproveitamento do jogo, se faz necessário que o professor mediador tenha conhecimento prévio das regras e de uma combinação segura para ganhar o jogo. De posse dessa combinação segura o mesmo poderá mediar os questionamentos dos alunos, buscando tirar proveito dos questionamentos que surgirem para direcionar a utilização do jogo para melhorar as técnicas de divisão por parte dos educandos.

Espera-se que esta melhora se apresente no estímulo ao cálculo mental, levando o educando, à medida que se empenha para ganhar o jogo, a utilização do cálculo mental, ou mesmo a contagem antecipada dos palitos, de modo a “prever” possíveis jogadas que levem o mesmo a vencer o jogo.

O professor mediador, dominando as regras do jogo, poderá fazer uso das mesmas para “dar dicas” e direcionar os alunos para buscarem usar o cálculo mental e a “previsão” das jogadas para ter um melhor desempenho no jogo.

Segundo HELLMEISTER, O professor pode mostrar aos alunos que, na verdade, o que o jogador **A** faz é retirar, a cada vez, o resto da divisão dos palitos que estão na mesa (excluindo-se o “1” que deve sobrar para o jogador **B**) por 5. Por exemplo, antes de fazer a 5a jogada da simulação, A encontra na mesa:

29 – 3 – 3 – 2 – 1 = 20 palitos; 20 – “1” = 19 e **A** retira 4 palitos, que é o resto da divisão de 19 por 5.

Pode-se também, para estimular o cálculo mental uma variação do Jogo do Nim, onde quem ficar com o último palito é que ganha, esta versão é também conhecida como Resta-um.

No mesmo artigo, Carlos Augusto Isnard fala sobre uma variante do Jogo do Nim, que é praticada nas praias brasileiras, onde, no lugar de palitos são usados pontos marcados na areia que vão sendo apagados pelos jogadores. Nesta versão, o jogo se inicia com seis filas horizontais que têm respectivamente 6, 5, 4, 3, 2 e 1 pontos, como mostrado na figura abaixo:

. . . . . .
. . . . .
. . . .
. . .
. .
.

Pode-se usar essa variação em sala de aula, substituindo os pontos por palitos. A dica para esse jogo também é a utilização de uma combinação segura.

No mesmo artigo, a dica que se dá, assinada por Carlos Augusto Isnard , é que se use a disposição de base 2. Segundo o autor:

> "a combinação será segura quando a soma dos algarismos de cada casa for par, isto é, quando cada coluna vertical tiver uma quantidade par de algarismos 1."

Ainda segundo Carlos Augusto Isnard:

> Mesmo havendo uma quantidade arbitrária de filas, a disposição na base 2, descrita pelos autores, serve ainda para caracterizar as combinações seguras: Existe uma exceção a esta regra que ocorre quando nenhuma fila horizontal tiver mais do que um ponto: uma quantidade ímpar de filas com um só ponto é obviamente uma combinação segura para o Resta-um.

Essa versão do Jogo do Nim, o Resta-um, é mais uma ferramenta para se usar o lúdico no desenvolvimento do cálculo mental. Esta versão pode ser usada como uma forma de diversificar a utilização dos jogos, quando os educandos já estiverem "dominando" as táticas para se vencer o Jogo do Nim.

A estratégia para vencer Jogo do Resta-um é usando o conhecimento de números binários, talvez este recurso não seja de conhecimento dos educandos, pois a ideia inicial é de se aplicar o Jogo do Nim para estimular o cálculo mental no desenvolvimento do estudo da divisão. É interessante porém, que o professor/mediador tenha conhecimento dessa estratégia para se vencer o jogo, para que o mesmo possa direcionar as possíveis discussões acerca de como determinado aluno deverá proceder para vencer o jogo.

Esta estratégia de se usar o conhecimento de números binários consiste em montar uma combinação segura de modo que independente da jogada feita pelo oponente, é possível montar uma nova configuração, e, com essa nova configuração vencer o jogo. Caso os dois jogadores dominem esta estratégia, o que começa o jogo, se não cometer nenhum erro, vencerá o jogo.

Complementando este artigo, seguem mais alguns jogos que, como o Jogo do Nim, podem ser usados em sala de aula para estimular o desenvolvimento dos alunos, instigando a utilização do cálculo mental e a análise de situações futuras para a tomada de decisões.

A intenção de colocar mais alguns jogos é que este artigo sirva de fonte de pesquisa, e incentivo, aos professores/mediadores para estimular a utilização de tais recursos com o intuito não só de dinamizar aulas, mas de propiciar aos educandos ferramentas lúdicas que estimulem o cálculo mental e a tomada de decisões.

Os jogos a seguir são contribuições retiradas de artigos da Revista do Professor de Matemática (RPM).

A contribuição que se segue foi retirada da Revista do Professor de Matemática (RPM) 14, assinada pelo Professor João Bosco Pitombeira, cujo título é O Jogo de Euclides:

O JOGO DE EUCLIDES

Descrição do jogo:

São dois os jogadores – cada um escolhe, secretamente, um número natural não nulo. Suponhamos que um jogador escolheu o número **a** e o outro jogador, o número **b**, com $a \geqslant b > 0$. Um dos jogadores é sorteado para iniciar o jogo. Ele receberá o par (não ordenado) {a, b} e deverá subtrair do maior número, **a**, um múltiplo não nulo do menor, kb, de modo que a-kb ainda seja um número natural. O

2.° jogador receberá o novo par (não ordenado) {a-kb,b} e repetirá o processo, subtraindo do maior número um múltiplo do menor, e assim por diante. Ganhará o jogo quem obtiver o par {n, 0}.

Ainda com contribuição de Pitombeira:

Um exemplo:

Suponhamos que os números escolhidos tenham sido 31 e 7. O 1.° jogador terá várias opções de jogo: {24,7}, {17, 7}, {10, 7}, {3, 7}. Suponhamos que escolha {10, 7}.

Neste caso, o 2.° jogador só terá uma alternativa: {3, 7}. Será a vez, novamente, do 1.° jogador que poderá escolher{4, 3} ou{1, 3}. Se jogar {1, 3}, o 2.° jogador jogará {1, 0} e será o vencedor. Se jogar {4, 3}, o 2.° jogador será obrigado a jogar {1,3} e, na jogada seguinte, o 1.° jogador ganhará o jogo

Não é difícil ver que o jogo termina com o par (n, 0), onde n é o maior divisor comum de **a** e **b**.

(De fato, se um número dividir **a** e **b**, este número também dividirá a-kb e b. Reciprocamente, se um número dividir a-kb e b, este número também dividirá a e b. Portanto, os divisores comuns de a e b e os de a-kb e b são os mesmos e, consequentemente, mdc(a,b) = = mdc(a-kb, b) = ... = mdc(n, 0) = n.)

Também não é difícil ver por que o jogo se chama "jogo de Euclides" — basta observar o algoritmo de Euclides, também conhecido como algoritmo das divisões sucessivas, que é um método utilizado para a determinação do MDC entre dois números naturais, sem a necessidade da decomposição em fatores primos dos números que se deseja determinar o MDC. A figura a seguir mostra a aplicação deste algoritmo:

	4	**2**	**3**
31	**7**	**3**	**1**
3	**1**	**0**	

onde, em cada passagem, do maior número subtrai-se um múltiplo do menor (no jogo, este múltiplo não é necessariamente o maior possível).

O Jogo de Euclides é bastante interessante para se estimular o cálculo mental, a análise de situações futuras e tomadas de decisões, ferramentas mais do que relevantes para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

A contribuição a seguir foi retirada da Revista do Professor de Matemática (RPM) 14, assinada pelo Professor Alexandre Kleys, cujo título é Fechando o Dominó:

FECHANDO O DOMINÓ

O problema:

Meu irmão estava jogando dominó com alguns amigos, quando um deles "fechou" o jogo. Encerrado assim, sem ninguém "bater", cada dupla contou seus pontos (a soma dos números das pedras que sobraram). Um jogador disse "22" e outro falou "15", Aí um amigo de meu irmão protestou:

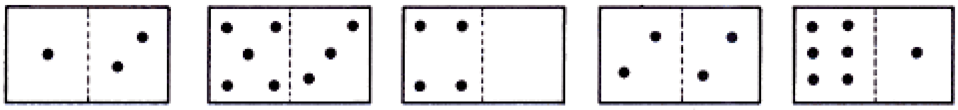
— Não pode! Se o jogo foi fechado e uma dupla tem um número par de pontos, a outra também tem. Ou então as duas têm números ímpares de pontos.

De fato, analisando o jogo, descobriram um "gato": uma pedra colocada erroneamente, lá no meio.

Meu irmão ficou curioso. Por que a paridade das somas de pontos tinha de ser a mesma? Seu amigo lhe deu uma resposta que não o convenceu — jogava há anos dominó e sempre fora assim.

O que segue é uma explicação que encontrei para esta dúvida.

A explicação:



Nelas aparecem todas as combinações possíveis dos números de 0 a 6, dois a dois, inclusive com repetição. Cada número aparece 8 vezes.

Este jogo se diz "fechado" porque todas as pedras que contêm o "3" já estão na mesa e, em consequência, ninguém mais tem como jogar.

Em um jogo fechado, os números nas duas extremidades são iguais. De fato, todos os números, salvo os das pontas, aparecem aos pares, pela própria regra do jogo. Portanto, um jogo fechado que começa com 3, por exemplo, terá 6 ocorrências do 3 "internamente" e o último 3 disponível terá que estar, necessariamente, na outra ponta.

Como consequência, a soma de todos os números, (na mesa), em um jogo fechado, será par.

Observando que a soma total dos pontos em um jogo de dominós é $S=8(0+1+2+3+4+5+6)$ e, portanto, par, vê-se que, em um jogo fechado, sobra, ao todo, um número par de pontos nas mãos das duas equipes adversárias.

Isto significa que cada uma das equipes terá um número par de pontos (dando uma soma par) ou cada uma das equipes terá um número ímpar de pontos (dando também uma soma par). O que não pode acontecer é que a soma dos pontos de uma equipe seja par e da outra, ímpar, pois, neste caso, a soma total seria ímpar, o que, já vimos, não pode acontecer.

Com uma definição adicional, podemos tirar mais uma conclusão. Definição. Uma pedra é ímpar quando a soma de seus números for ímpar.

Por exemplo, 3 : 2 é uma pedra ímpar.

Conclusão. Em um jogo fechado, a quantidade de pedras ímpares, na mesa, é par.

De fato, já vimos que em um jogo fechado, a soma dos pontos, na mesa, é par. Ora, uma soma par deve ter um número par de parcelas ímpares.

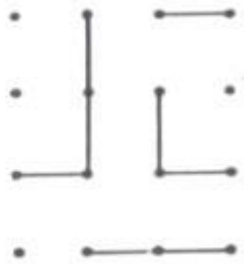
O jogo Fechando o Dominó, que apresenta um recurso a mais, onde os alunos manuseiam peças de um dominó, coisa que é até muito comum, mas que, talvez para alguns, na atualidade, seja novidade, é interessante pois trata de estratégias simples para o jogo, mas que podem ser exploradas, como mostra o artigo, variantes onde se podem explorar argumentos matemáticos para tomadas de decisão, visando estratégias para que, um jogo comum, até meio “infantil”, possa ser explorado matematicamente e além de dinamizar a aula, estimular o cálculo mental e a tomada de decisões.

A próxima contribuição, retirada da Revista do Professor de Matemática (RPM) 05, é assinada por Helder de Carvalho Matos, aluno do curso de Matemática da Universidade de Brasília (UNB), cujo título é O Jogo de Quadradinhos:

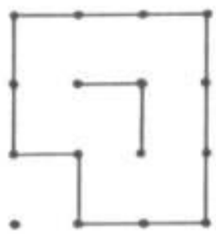
O JOGO DE QUADRADINHOS

O jogo de quadrinhos é muito conhecido e tão simples que pode ser explicado em poucas palavras. Ele é jogado num quadriculado de pontos como ilustra a figura a seguir.

Cada jogador marca uma aresta unindo dois vértices na mesma horizontal ou na mesma vertical, como se pode ver na figura que se segue:



E toda vez que um dos jogadores, ao colocar uma aresta, completar um circuito fechado, ele tem direito (e obrigação) de marcar nova aresta (é importante não confundir “circuito fechado” com “quadrinho unitário” ou, simplesmente, “quadrinho”. Embora todo quadrinho seja um circuito fechado, este pode ser mais geral que um simples quadrinho, como ilustra a figura abaixo).



Ganha o jogador que fechar o maior número de quadrinhos e o jogo termina quando o quadriculado original ficar reduzido apenas a quadrinhos. Para facilitar a contagem, os jogadores marcam os quadrinhos que vão fechando com sua inicial. Por exemplo, se Herculano joga com André, o jogo pode terminar com a vitória de André, como está ilustrado na figura que se segue:

Este jogo é muito conhecido dos alunos, nas horas de ócio, intervalo, etc., como um mero passatempo.

O professor/mediador pode, usando desse ponto, que os alunos geralmente conhecem o jogo, para dinamizar suas aulas, num primeiro momento deixando os alunos usarem o que já conhecem a respeito do jogo, e como jogam. Depois o professor pode, questionando os mesmos, sobre decisões futuras, de como ganhar o jogo, explorar matematicamente as tomadas de decisões e, em um tempo futuro, mostrar uma saída para ganhar, ou empatar o jogo.

A contribuição a seguir da Revista do Professor de Matemática 10, assinada por Sueli l. R. Costa e Eduardo Sebastiani, tem como sugestão que o mesmo seja usado para uma feira de ciências, mas acredito que o mesmo possa ser usada em sala de aula, como uma aula mais dinâmica, onde o professor seja o adivinho, ou, quem sabe, um aluno que mais se destaque para, sendo treinado pelo professor, possa ser o adivinho.

O ADIVINHO INDISCRETO

O visitante, ou um aluno da sala, que quiser apresentar-se para o teste é convidado pelo aluno "adivinho" a dizer, dentre 6 listas, de 32 números cada, em quais delas está a sua idade. Imediatamente o aluno adivinha esta idade.

O segredo do adivinho será o de somar os primeiros números das listas que o visitante apontou.

Essas listas de números podem ser feitas em tiras, todas iguais, de cartolina, lembrando um baralho, para melhor manuseio e a soma dos primeiros números pode ser feita de cabeça. O aluno deve fazê-la bem. Talvez seja melhor que dois alunos se encarreguem de fazê-la para conferir entre si, antes de contá-la ao visitante.

O professor pode optar por uma apresentação mais moderna, usando máquinas de calcular para a soma, fazendo as listas em papel de computador ou apresentando-as em slides, pedindo ao visitante para apertar uma campainha ou interruptor de uma lâmpada quando a lista contiver sua idade. O próprio visitante pode digitar sua idade em outra máquina e o título do quadro pode ser algo compatível, como "a máquina que lê o seu pensamento" ou coisa que o valha. Espere de seus alunos as ideias para a montagem do quadro.

As listas, em anexo, são construídas da seguinte forma:

Um número n, entre 1 e 63, pode ser escrito como

$n = a_5 \cdot 2^5 + a_4 \cdot 2^4 + a_3 \cdot 2^3 + a_2 \cdot 2^2 + a_1 \cdot 2 + a_0$

onde os números a_0, a_1, ..., a_5 são 0 ou 1 (e, neste caso, a representação do número n em base 2 é, exatamente, $a_5a_4a_3a_2a_1a_0$, a_i = 0 ou 1, i = 0,1, ... 5).

Pois bem, na primeira lista do adivinho estão os números para os quais a_0 = 1, isto é, aqueles que terminam em 1 quando escritos em base 2; na segunda lista estão os números com a_1 = 1, ou seja, aqueles, entre 1 e 63, que têm 1 na segunda casa da direita para a esquerda, quando escritos em base 2; na terceira lista estão aqueles para os quais a_2 = 1, e assim por diante.

É claro, agora, porque cada idade é igual à soma dos primeiros números de cada lista em que ela esteja, não?

Talvez valesse a pena estender a tabela até 100 pelo menos, ou 127, para atender os avós que venham visitar a feira. Quais as modificações que precisam ser introduzidas?

Essa sugestão se encaixaria para o caso de ser em uma feira de ciências.

Este jogo, como os demais já mostrados, serve para desenvolver o raciocínio lógico, para que vai ser o adivinho.

Essa jogo em particular seria uma ferramenta mais para uma aula onde se dê destaque a uma característica: a curiosidade dos alunos. Pois, com certeza, eles desejarão saber qual o segredo do adivinho.

Eis a Lista do Adivinho

1			2			4			8			16			32		
3		35	3		35	5		37	9		41	17		49	33		49
5		37	6		38	6		38	10		42	18		50	34		50
7		39	7		39	7		39	11		43	19		51	35		51
9		41	10		42	12		44	12		44	20		52	36		52
11		43	11		43	13		45	13		45	21		53	37		53
13		45	14		46	14		46	14		46	22		54	38		54
15		47	15		47	15		47	15		47	23		55	39		55
17		49	18		50	20		52	24		56	24		56	40		56
19		51	19		51	21		53	25		57	25		57	41		57
21		53	22		54	22		54	26		58	26		58	42		58
23		55	23		55	23		55	27		59	27		59	43		59
25		57	26		58	28		60	28		60	28		60	44		60
27		59	27		59	29		61	29		61	29		61	45		61
29		61	30		62	30		62	30		62	30		62	46		62
31		63	31		63	31		63	31		63	31		63	47		63
33			34			36			40			48			48		

3. **CONCLUSÃO**

Que este trabalho seja uma ferramenta acessível para estimular os educadores a lançarem mãos dos jogos para implementar suas aulas. Como foi visto, a utilização do Jogo do Nim pode ser usada para incrementar o ensino da divisão, criar/desenvolver nos educandos a prática de lançar mão do cálculo mental, que tanto faz falta aos nossos adolescentes.

Considero que este trabalho tem, de forma positiva, a utilização do Jogo do Nim, como uma ferramenta para incentivar o cálculo mental por parte do educando, principalmente dando enfoque no estudo da divisão.

4. BIBLIOGRAFIA

BRASIL. Secretária do Ensino Fundamental. Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática/Secretaria de Educação Fundamental– 5ª a 8ª séries. Brasília: MEC/SEF, 1998.

CASSIANO, Milton. O uso do Jogo do Nim para a construção/aprimoramento do algoritmo da divisão. Disponível em: <http://www.gente.eti.br/lematec/CDS/ENEM10/artigos/RE/T3_RE1093.pdf>. Acessado em 05 de março de 2016.

COSTA, Sueli I. R. e Sebastiani, Eduardo. Disponível em <http://www.rpm.org.br/cdrpm/10/12.htm>. Acessado em 10 de maio de 2016.

GRANDO, R. C. O Jogo e a Matemática no Contexto de sala de aula. Ed Paulus, 2004.

HELLMEISTER, A. C. P. O Jogo do Nim – um problema de divisão. Texto cedido pela Sociedade Brasileira de Matemática, publicado originalmente na Revista do Professor de Matemática ( ). n. 59, p. 36-37, 2006.

KLEIS, Alexandre. Fechando o dominó. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/14/4.htm>. Acessado em 05 de maio de 2016.

LORENZATO, Sergio, Para aprender matemática, 2ª edição revista, Coleção Formação de Professores, Autores Associados, 2008, Campinas SP.

MATOS, Helder de Carvalho. O Jogo de Quadradinhos. Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/5/12.htm>. Acessado em 08 de maio de 2016.

MELO, Carlos Alberto V. de. O Jogo do Nim, um problema de divisão. Revista do Professor de Matemática (RPM). Disponível em: <http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm>. Acessado em 05 de março de 2016.

PITOMBEIRA, João Bosco. O Jogo de Euclides. Disponível em <http://www.rpm.org.br/cdrpm/14/5.htm>. Acessado em 05 de maio de 2016.

RAGUENET, Inez Freire. A teoria matemática do jogo de Nim. Revista do Professor de Matemática (RPM). Disponível em:<http://www.rpm.org.br/cdrpm/6/13.htm>. Acessado em 05 de março de 2016.

SMOLE, Kátia Stocco, Jogos de matemática de 6º ao 9º ano, Kátia Stocco Smole, Maria Ignez Diniz e Estela Milani, Série Cadernos do Mathema – Ensino Fundamental, Artmed, 2007, Porto Alegre RS.

STAREPRAVO, Ana Ruth, Jogando com a matemática: números e operações, Aymará, 2009, Curitiba PR.